

Pismeni dio ispita iz Matematike II, 23.09.2011.

GRUPA A

1. Izračunati površinu figure koju određuju prava $2x + 3\sqrt{3}y - 12 = 0$ i dio elipse $4x^2 + 9y^2 = 36$ u prvom kvadrantu.

2. Promijeniti poredak integracije i izračunati dvostruki integral $I = \int_0^2 y dy \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2-y^2}{8}} \frac{dx}{\sqrt{x^5}}$.

3. Izračunati površinu dijela površi $x^2 + y^2 + z - 1 = 0$ koji se nalazi iznad ravni $z = 0$.

4. Dati su krivolinijski integrali $I_1 = \int_{c_1} \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$, $I_2 = \int_{c_2} \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$, gdje je c_1 duž \overline{AB} ,

$A(1,2), B(-1,4)$, orjentisana od tačke A prema tački B , a c_2 je parabola koja prolazi kroz tačke $A(1,2), B(-1,4)$ i $C\left(\frac{-1}{2}, \frac{11}{4}\right)$. Dokazati da je $I_1 = I_2$ i izračunati taj broj.

GRUPA B

1. Izračunati površinu krivolinijskog četverougla omeđenog parabolama

$$y = x^2, y = \frac{x^2}{3}, y^2 = 2x, y^2 = 3x.$$

2. Promijeniti poredak integracije i izračunati dvostruki integral $I = \int_0^a y dy \int_0^{a-\sqrt{a^2-y^2}} \frac{x \ln(x+a) dx}{(x-a)^2}$.

3. Izračunati površinu dijela sfere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ koji se nalazi u unutrašnjosti cilindra

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, 0 < b < a.$$

4. Izračunati krivolinijski integral $I = \oint_c \frac{1}{x} \arctg \frac{y}{x} dx + y^3 e^{-y} dy$, ako je c pozitivno orjentisana

kontura oblasti određene isječkom kružnog prstena $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x$.

Stari program

1. Naći oblast konvergencije reda: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3 (x+2)^n}{(2n-1)^2 \cdot 6^{2n-3}}$.

2. Riješiti diferencijalnu jednačinu $y' + \frac{y^2}{2} = -\frac{1}{2x^2}$ smjenom $xy = z$.

3. Izračunati površinu dijela sfere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ koji se nalazi u unutrašnjosti cilindra

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, 0 < b < a.$$

Izračunati krivolinijski integral $I = \oint_c \frac{1}{x} \arctg \frac{y}{x} dx + y^3 e^{-y} dy$, ako je c pozitivno orjentisana kontura

oblasti određene isječkom kružnog prstena $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x$.